"世界历史进程中的清代中国"青年学者论坛论文选登

乾嘉天算专门之学在科举考试中的渗透

陈志辉

［摘要］尽管一般认为明清时期的科举考试被理学笼罩而呈现僵化状态，但也时常与不同时期的文化和学术相关联。康熙帝虽热衷于以天文学和数学为大宗的西学，却明确表示科举考试不能以天文、算法命题，以免阻碍天算"实学"的发展。然而，乾嘉考据学派兴起，把明末以降的西学纳入儒学知识考据的范畴，形成具有汉学范式的天算专门之学，进而渗透到科举考试当中。天算专门之学不但出现在乾嘉之际的会试、乡试和学政举行的"观风试"试题中，还出现在考生的八股文和策论答卷中，并成为对考生学问进行评判的重要标准之一。

［关键词］乾嘉学术　天算专门之学　科举　西学
［中图分类号］K249. 3　［文献标识码］A　［文章编号］1002－8587（2014）－03－0048－12

一、引言

自十九、二十世纪之交开始，一般认为明清时期的科举考试为程朱理学所笼罩，并以规定的八股文为主要取士的手段，呈现出僵化的状态，"摧残中国人的科学思想"[①]。1970 年代以后，学者更多地关注科举与学术之间的互动关系。艾尔曼通过明清科举考试问题（特别是策问）和答卷的研究，揭示明代科举考试中的自然之学[②]，以及科举考试对包括自然学、汉学等学术发展的影响[③]。李弘祺认为，科举对于汉学的影响，必须考虑师友等因素；而对自然学的影响，则持谨慎保留的态度。[④]徐光台通过对历史背景的考察，分析了李之藻（1571—1630）于万历三十一年（1603）主持福建乡试而出的"天文"策题，认为策题显示了李之藻从利玛窦处所学习到的西学知识，并成为吸引士人进一步了解学习西学的策略。[⑤]

［收稿日期］2014－04－01
［作者简介］陈志辉（1984—），男，内蒙古师范大学科学技术史研究院讲师，呼和浩特 010022；s_ tianyi@ 126. com

① 梁启超：《中国近三百年学术史》，东方出版社，2004 年，第 19 页；邓嗣禹：《中国考试制度史》，南京考选委员会，1936 年，第 392—395 页。

② ［美］艾尔曼：《晚明儒学科举策问中的"自然之学"》，雷颐译，原载《中国文化》1996 年第 13 期；收入刘海峰编：《二十世纪科举研究论文选编》，武汉大学出版社，2009 年，第 586—609 页。

③ Benjamin A. Elman, *A Cultural History of Civil Examinations in Late Imperial China*, Berkeley and Los Angeles, California & London, England: University of California Press, 2000, Chapter 9.

④ 李弘祺：《中国科举制度的历史意义及解释：从艾尔曼对明清考试制度的研究谈起》，《台大历史学报》2003 年第 32 期。

⑤ 徐光台：《西学对科举的冲激与回响——以李之藻主持福建乡试为例》，《历史研究》2012 年第 6 期。

清代中期，考据学派（或称“汉学派”）鼎盛，学者们也吸收了朝廷所钦定的西方古典天文学①，并与经史考证研究相结合②，成为儒学专门知识之一种“绝学”，笔者称之为“天算专门之学”；其中“天算”为《四库全书》分类中子部天文算法类的省称，“专门之学”则凸显乾嘉考据学派宗尚专门汉学、与传统经学相关联的特性。③ 一般认为，与明代不同的是，1700 年代以后，有关天文和历法的自然之学问题“完全消失”于科举考试之中。另一方面，艾尔曼又指出 1800 年前后，汉学派的考据学术取向能通过第三场策问影响科举考试的内容④。这里笔者要追问的是，既然考据学派的学术取向能渗透进科举考试中，为什么他们的天算专门之学未能在科举中有所反映？又或者说，乾嘉时期的科举考试中真的没有天算专门之学的内容出现吗？如果有的话，又是以什么样的形式，在什么样的历史脉络下出现的呢？本文拟结合原始史料，尝试回答这些问题。

二、康熙禁止以天文算法命题的历史背景及其策略

导致人们认为 1700 年代以后的科举考试再也没有自然学内容的原因，应当在于康熙皇帝曾下令，科举考试不能从相关范围中命题。

> （康熙）五十四年（1715），敕科场毋出熟习拟题，令同考官互相纠察，并停止五经中式。先是，康熙五十二年以近科乡、会试多择取冠冕吉祥语出题，每多宿搆幸获，降旨申饬，兹复奉谕旨：“科场出题关系紧要，乡、会经书题目不拘忌讳，断不可出熟习常拟之题。朕常讲《易》及修定天文、律吕、算法诸书，尔等考试官断不可以此诸书出题；表题亦不可出修书、赐书等类。不然，则人皆可拟题幸进，实学何由而得？”⑤

艾尔曼根据《皇朝政典类纂》引用了上述引文中加着重号的部分，又结合沈镐⑥的《地学自序》，认为康熙禁止以天文算法作为科举内容，与历代厉禁天文相似，即不允许民间讨论预言、占验等术数之学。然而沈镐《地学》是讨论墓葬地选择术的著作，并不是艾尔曼所意译的

---

① ［美］艾尔曼：《18 世纪的西学与考证学》，原载《故宫学术季刊》2003 年秋季第 21 卷第 1 期；收入《经学·科举·文化史:艾尔曼自选集》，中华书局，2010 年，第 73—104 页。江晓原：《欧洲天文学在清代社会中的影响》，《上海交通大学学报（哲学社会科学版）》2006 年第 6 期。

② 尽管这种结合大多数以“西学中源”说立论，一般被认为“保守落后”并阻碍新科学的吸收，但从明末以降近代知识转型的角度，其实际情况具体如何仍值得探讨。参见江晓原：《试论清代“西学中源”说》，《自然科学史研究》，1988 年第 2 期。

③ 关于乾嘉学派专门之学的讨论，见张寿安：《龚自珍论乾嘉学术：专门之学——钩沉传统学术分化的一条线索》，《学海》2010 年第 2 期。更多关于乾嘉天算专门之学的讨论，参见陈志辉：《融西学于继绝学：近代知识转型视域中的乾嘉天算专门之学》，上海交通大学科学史与科学文化研究院博士学位论文，2013 年 12 月。

④ 艾尔曼：《晚明儒学科举策问中的“自然之学”》，第 591 页；李弘祺：《中国科举制度的历史意义及解释：从艾尔曼对明清考试制度的研究谈起》，第 258 页；［美］艾尔曼：《清代科举与经学的关系》，《经学·科举·文化史:艾尔曼自选集》，第 158—181 页；《早期现代还是晚期帝国的考据学？——18 世纪中国经学的危机》，《复旦学报》2011 年第 4 期。

⑤ 乾隆官修：《清朝文献通考》卷 48“选举考”，影印 1935 年上海商务印书馆《十通》本，浙江古籍出版社，2000 年第 2 版，第 5312 页中栏。着重号系笔者所加。下同。

⑥ 沈镐（约 1649—1726），字新周，望江县人（今属安徽），康熙己丑科（1709）进士，生平究心史学，以《蜀游记》、《四书文稿》、《诗经文稿》、《地学》等书行世。参见郑交泰等修，曹京等纂：乾隆《望江县志》卷 7“人物·儒林”本传，影印清乾隆三十三年（1768）刻本，《中国地方志集成》（安徽府县志辑第 13 册），江苏古籍出版社，1998 年，第 526 页上栏—下栏。

“地理学研究”（Studies of geography）[①]。沈氏《自序》中所提到的“今天文有禁，非所宜言”[②]，也是要为突出其“地学”重要性而写与之相对的语句，因而沈氏笔下的“天文”，仍偏于术数占验一类，与康熙所说的天文、律吕、算法等学问有一定的差别。

尽管康熙谕旨指示考官不能在皇帝“钦定”的天算学书籍中出题，而除此以外的相关知识似乎仍然可以考察[③]，但他“御定”的《律历渊源》是一部集大成之作，因此天算（特别是与西学相关的）等内容基本上禁止出现在科举命题中。而根据康熙谕旨的含义，他之所以禁止，是不希望有人据此“押题”，并预先拟构文章以应试[④]，因为这样的应试文章无益于天文、律吕、算法等“实学”。[⑤] 康熙帝对天文历法以及相关的耶稣会士传播而来的欧洲天文学十分留意，称这些知识“实有证验，非比书生作文，可以虚词塞责也”[⑥]，又称算法“明显易见”，“虽不谙文义之人亦能辨其是非，欲以空言取胜，不可得也”[⑦]。由此可见，康熙清楚科举文章受形式所限，难以考查考生于天文算法方面的真正水平。

康熙五十年（1711），皇帝发现由耶稣会士管理的钦天监在推算夏至时刻方面出现误差，并知道其原因在于钦天监并未使用欧洲最新的天文表；此事动摇了康熙帝对西法的信心，于是决意打破传教士的知识垄断，使中国人能独立掌握天文历算知识。相应的措施，是皇帝于康熙五十二年下旨，在畅春园内设置由诚亲王胤祉领导的临时性修书机构——蒙养斋，编译《历象考成》、《数理精蕴》和《律吕正义》（合称为《律历渊源》）。[⑧]

但另一方面，以科举考试选拔人才的制度是一项固定化、规程化的制度，士子从考中生员（秀才）进学，到有资格参加皇帝主持的殿试，一般来说都是一个漫长的历程。士子循科举途径，凭借专门知识到皇帝身边的蒙养斋从事天文、律吕、算法等“实学”研究，时间更久；更加可能的情况是，这种士子可能被困于初级功名的考试而久久不能通过，以致放弃举业。事实上，在这个矛盾的问题上，康熙曾以皇帝身份绕过正常的科举晋升系统直接提拔俊才。1713 年设置蒙养斋前两个月，康熙又下旨，称生员王兰生和监生梅瑴成（1681—1764）“做人正道，所学亦好，赐与举人，一体会试”[⑨]。梅、王二人又分别在 1715 年和 1721 年被赐为进士“一体殿试”[⑩]。在 1721 年会试后，康熙还亲自黜落已会试中式的劳必达等 12 人当年殿试的资格，而明确表示王兰生是“学问优长”但“不得中式以致抱屈者”，给他以殿试的资格。[⑪] 而王兰生和梅瑴成正是在蒙养斋修纂《律历渊源》的主力干将。

在此历史脉络下我们可以得知，大约在 1711 年以后康熙皇帝之所以禁止科举考试中以天文、

---

① Benjamin A. Elman, *A Cultural History of Civil Examinations in Late Imperial China*, p. 483 – 485.

② 沈镐：《六圃沈新周先生地学》，上海图书馆藏清康熙五十二年三让堂刻本，“自序”第 1a 页。

③ 感谢学友王刚提示此点。

④ 袁枚称“举子于场前揣主司所命题而预作之，号曰‘拟题’”，故清人所称“拟题”大约相当于今天所说的“押题”，参见《拟题之讹》，《随园随笔》卷 17，影印华东师大图书馆藏清嘉庆十三年刻本，《续修四库全书》，子部，第 1148 册，上海古籍出版社，1995—2002 年，第 310 页上栏。

⑤ 顾炎武称：“今日科场之病，莫甚乎拟题……因陋就寡，赴速邀时。”也对科举考试中的拟题现象表示反对。参见顾炎武著，陈垣校注：《日知录校注》卷 16，安徽大学出版社，2007 年，第 912—913 页。

⑥ 《清圣祖实录》卷 248，康熙五十年十月辛未。

⑦ 章梫：《康熙政要》卷 18，影印清刊本，台北华文书局，1969 年，第 899 页。

⑧ 韩琦：《“自立”精神与历算活动——康乾之际文人对西学态度之改变及其背景》，《自然科学史研究》，2002 年第 3 期；《格物穷理院与蒙养斋——17、18 世纪之中法科学交流》，《法国汉学》（四），中华书局，1999 年。

⑨ 王兰生：《恩荣备载》，清道光十六年交河王氏刻《交河集》本，《北京图书馆藏珍本年谱丛刊》第 91 册，北京图书馆出版社，1999 年，第 414 页。

⑩ 乾隆官修：《清朝文献通考》卷 48“选举考”，第 5312 页下栏。

⑪ 王兰生：《恩荣备载》，第 422—424 页。

算法等内容命题，并不是要禁止天文之学。相反他亟需相关的人才以破除传教士对于天文学的知识垄断，但作为皇帝他有特殊的考虑：一方面要防止善于钻营的考生揣摩上意，靠“拟题”和虚构文章侥幸获得功名；另一方面可以利用自己至高无上的身份特权，绕过繁琐的科举取士过程，直接提拔人才。

三、科举考试中的学术史编撰学取向：纪昀的乡、会试策论题

虽然康熙皇帝的谕旨不准以天文、算法命题，但其本意并非要禁绝士人研习相关学术，而乾嘉之际的实际情形又有所不同。纪昀于乾隆己卯科（1759）山西乡试的第三场“经史时务策”中策问：

> 问：史家之难，无过表、志。……司马迁为《天官书》，史家因有《天文》、《天象》诸志。然日月星辰终古不易，非每代各有一天也，故刘知几《史通》谓《天文志》可不必作，其论果是欤？抑作者别有故欤？……诸史《艺文志》皆兼载藏书，《钦定明史》则惟载明一代之著作；诸史不过作表，《钦定明史》则于表外增图。此皆损所当损，益所当益者也。所以损益之精义，能仰窥而阐发之欤？……诸生学古入官，他日必有备圣朝著作之选者，其详悉以对，将以是验史识焉。①

在晚清废科举以前，清代乡试和会试的考试形式相同，分三场、前后共计九天进行。其中第一场必定要以“四书”中选文三段为题，考生分别作八股文；第三场则必考“经史时务策”，称为策问或策论。② 原则上主考官必须按照应试者在三场考试中的答卷情况，综合权衡后给予录取，但一般考官与士子所重者在第一场的八股制艺。末代探花商衍鎏即称“唯取前列者，三场各艺必须匀称，考官若重实学，则二、三场之草率者亦不予取中”。③ 通过对清代乡、会试中第二场五经论题的分析，艾尔曼指出，汉学或考据学学者的学术取向，有时能在很大程度上影响、改变科举考试的内容。④ 同时，通过对第三场策论题的研究，艾尔曼也指出，十八、十九世纪之交的科举策问，“开始反映出操纵儒学科举的学术脉络之改变”，汉学趋势“能经由第三场的策论题渗入科举”。⑤

纪昀所重视的，是修史时表和志的体例，当中涉及天算知识史的“天文志”、“历志”。事实上，类似的策论题目，凡纪昀任主考官则必考，但乾隆甲辰科（1784）会试和嘉庆丙辰科（1796）会试的提问中均未涉及《明史》。⑥ 其中就唐刘知几（661—721）论《天文志》不当作一问题，纪昀实际上有自己的判断。刘知几之所以认为《天文志》不必作，是因为他不懂岁差，以为星辰的宿度、分野等是终古不变的，不能纳入某一朝的断代史当中；断代史中的《天文志》

---

① 纪昀：《纪文达公文集》卷 12，《纪文达公遗集》，影印清嘉庆十七年（1812）纪树馨刻本，《续修四库全书》，集部，第 1435 册，第 414 页。

② 商衍鎏：《清代科举考试述录》，见商衍鎏著，商志䜾校注：《清代考试述录及有关著作》，百花文艺出版社，2004 年，第 72—93 页。

③ 商衍鎏：《清代科举考试述录》，第 101 页。

④ 艾尔曼：《早期现代还是晚期帝国的考据学?》，第 12—16 页。

⑤ 艾尔曼：《清代科举与经学的关系》，《经学 · 科举 · 文化史:艾尔曼自选集》，中华书局，2010 年，第 179 页。

⑥ 乾隆甲辰科会试策论题：“问：史家要领，体例为先。……《史记》包罗历代，其《天官书》，刘知几以为当作；《汉书》综括一朝，其《天文志》，知几以为不当作。持论果不谬欤?”嘉庆丙辰科会试策论题：“问：史例亦繁矣。……刘知几《史通》乃欲废表、志，孰为是欤?”见纪昀：《纪文达公文集》卷 12，第 416 页上栏、417 页。

只宜记载当时的彗星、日月食、五星特殊运行等有所变化的天文异象。① 浦起龙（1679 — 1762）就对刘知几提出异议："至西法起，而体象俱为改观，见端于晚明而大阐于昭代，乃为千古立极。是其发端表象，有不可不特书者。"② 考生首先要懂得刘知几认为《天文志》不必作的理由，更优秀而有学问的考生则应如浦起龙一样，懂得包括西法在内天算专门之学的常识，说明刘知几为何持此理由及其不当之处，以回答纪昀所提出的"抑作者别有故"这一问题。

在嘉庆壬戌科（1802）会试中，作为"总裁"（即主考官）、年近八旬的纪昀在其策问中再次提及《明史·历志》问题：

> 问：史家褒贬，宜祖《春秋》。……如斯之类，能详数诸史之表、志，指其某例当删欤？《明史·天文志》有图，盖测量非图则不解，故创是例也。亦有似此当增者欤？……诸生即翔步玉堂，备著作之选，其详悉以对。③

虽然纪昀在 1802 年会试策问中提到关于《明史·天文志》"创例"的问题，但事实上，《明史·天文志》并没有附图，附图的是《历志》，④ 似乎是纪昀命题时未检原书，记忆混淆所致。而无论是纪昀 1759 年乡试策论题中的《明史》"表外增图"，还是 1804 年会试策论题中的"非图则不解"云云，其来源正是《明史·历志二》"平视之图"后的一段按语：

> 按旧史无图，然表亦图之属也。今句股割圆弧矢之法，实为历家测算之本。非图不明，因存其要者数端。⑤

从纪昀的策问来说，显然是要考生论述修史过程中繁复与简略、因循与创新等方面的取舍，今人视之为"编史学"问题。纪昀先有若干案例提示，考生也要就具体事例作答，也是清代科举策问的一贯形式。《明史·历志》最终由梅瑴成改定，当中对明代《大统历》有深入的解说和剖析，吸收了很多西学内容，确实为前代正史所未有。⑥《历志》所载"侧立之图"和"平视之图"，则来源于梅瑴成祖父梅文鼎（1633—1721）《堑堵测量》中的"侧视之图"和"平视之图"，是复原元代郭守敬《授时历草》中换算黄、赤道坐标的创新方法"黄赤道差法"推导过程的重要组成部分。⑦ 不但如此，梅瑴成还特意就相关问题作《时宪志用图论》，他认为明朝《大统历》本于元朝《授时历》，复原《元史》所删削的《授时历草》及其用图，是作史者实事求是的表现；而且增创用图体例，与康熙皇帝"御制"《历象考成》"作图立说"是一致的。⑧ 这正是 1759 年山西乡试策论题中，纪昀明确要求考生阐发"损益之精义"的答案所在。换言之，纪昀把正史中的这种记载天算专门之学知识演化的历史作为编修史志的典型事例，只有涉猎广泛的考生才能明白题旨。在某种程度上，天算专门学及其知识之演变，伴随着经史考证等学问，以出现于科举考试的方式，再次被汉学家考试官提上日程，这无疑对整个士人社会产生了很大的影响。

---

① 刘知几著，浦起龙释：《史通通释》卷 3，上海古籍出版社，1978 年，第 58—59 页。
② 刘知几著，浦起龙释：《史通通释》卷 3，第 59 页。
③ 纪昀：《纪文达公文集》卷 12，第 419 页。
④ 包括《历志二》"割圆弧矢图"、"侧立之图"、"平视之图"、"月道距差图"和《历志三》"二至出入差图"共五图，参见《明史》卷 32、卷 33，影印清乾隆武英殿原刻本，薄树人主编：《中国科学技术典籍通汇·天文卷》第三册，河南教育出版社，1993 年，第 1485 页、1488 页、1502 页。
⑤《明史》卷 32，第 1485 页。
⑥ 薄树人：《明史历志、天文志提要》，薄树人主编：《中国科学技术典籍通汇·天文卷》第三册，第 1422 页；韩琦：《从〈明史〉历志的修纂看西学在中国的传播》，收入刘钝、韩琦等编：《科史薪传——庆祝杜石然先生从事科学史研究 40 周年学术论文集》，辽宁教育出版社，1997 年，第 64—68 页。
⑦ 刘钝：《郭守敬〈授时历草〉和天球投影二视图》，《自然科学史研究》，1982 年第 4 期。
⑧ 阮元等：《畴人传》卷 39，《畴人传汇编》，广陵书社，2009 年，第 440—441 页。

四、天算专门之学在乡试策论与八股中的渗透
——以 1804 年江南乡试为中心

由于一般士人并不熟习天算专门之学，而科举乡会试评卷时糊名易书，因此以之为策问题目，即可判断某卷为某人。《畴人传》载有一则关于著名算学家李锐的故事：

> 嘉庆九年甲子科，江南主司耳锐名，欲罗致之。未出京，询之云门侍郎，谓如何而后可得李某。侍郎曰："是不难，吾有策题一，能对者即李某。"主司如其言，犹虑有失，并益以"天之高也"一节"四书"题文。闱中大索，不可得，窃疑之。及榜发，果无锐名。访知，锐是年因病未与试。主司叹曰："噫，是有命也！"其当时见重有如此。①

云门侍郎即精通算学并与李锐齐名的李潢（1746—1812），"江南主司"当为嘉庆甲子科江南乡试主考戴均元（1746—1840）。② 举行乡试的当年，通天文算法的学者陈昌齐（1743—1820）奏言钦天监推算日食不准，应修改历法；戴均元"欲奏留之"以主持改历，陈昌齐以精力不足推辞。③ 这或许是戴均元要罗致天算专门学人才的原因之一。

（一）策题及策论分析

按规定，第三场所设的"经史时务"策论题共五道，1804 年江南乡试的策题中第三道与天文算法相关，当是李潢为戴均元所设的那一道：

> 问：三代以上人人皆知天文，凡见于经传者，其词可举欤？众星之名有以国与人为名者，有以官与爵为名者；中星之义，有以午为中者，有以未为中者，其故可考欤？占天以二十八宿为纲维，分度以赤道为则，而唐一行考四宿分度与古不同，至宋皇祐初又与唐异，绍圣间惟有四宿与旧法合。《宋中兴天文志》云"黄道横络天体，列□□（宿躔）度随岁差而增减"，顾有谓五十年退一度、百年退一度者，有取前二说中数谓七十五年退一度□（者），□（又）有谓恒星东行、岁本无差者，其说可详□（欤）？句股算术，西法较古术为密，言天得诸实测，言算取以捷法，如平圆浑圆、八线三角，其详可推欤？后有取古法《九章》句股测量与新法相较者，且有以西术易《九章》者，其要可稽欤？伏读《御制数理精蕴》，通中西之异同，阐天人之微奥，宜何如悉心研究，以襄敬授人时之至治欤？④

这道策题共有六个小问，第一、二问简要考察天文与经史的关系，以应乡试第三场"经史时务策"之名。该科解元、著名的常州学者李兆洛（1769—1841）如是回答：

> 后世禁私习天文，而三代以上，直无人不知者。故七月农夫，能知流火；束刍庶女，便解三星。辨离、毕于征夫，咏昴、参于宫妾。盖敬授民时，实在于此。至梓慎、裨灶以别吉凶，虽亦保章、冯相之司，而渐流奇诡，遂开后世阴阳家者流，而末世遂以象纬为恖术矣。

---

① 阮元等：《畴人传》卷 50，第 597 页。

② 佚名编：《江南乡试录（嘉庆甲子科）》，国家图书馆藏清嘉庆刻本，第 1a 页。又王家相、魏茂林等：《清秘述闻续》卷 1，影印湖北省图书馆藏清光绪十四年（1888）刻本，《续修四库全书》，子部，第 1178 册，第 192 页。

③ 温训：《陈观楼先生传》，《登云山房文稿》卷 3，影印清道光三年（1823）番禺潘氏刻光绪二十四年（1898）补刻本，《清代诗文集汇编》第 561 册，上海古籍出版社，第 93 页。又题伍崇曜：《测天约术跋》，陈昌齐：《测天约术》，影印清道光三十年（1850）南海伍氏《岭南遗书》刻本，《丛书集成新编》第 42 册，台北新文丰出版公司，1985 年，第 67 页。此两书均称戴均元时任礼部侍郎，然据戴氏年谱，他于 1800 年"六月补授内阁学士兼礼部侍郎"，至 1804 年"正月调补户部左侍郎，七月转补右侍郎"，见汤金钊编：《戴可亭相国夫子年谱》，影印清道光间大庾戴氏刻本，《北京图书馆藏珍本年谱丛刊》第 116 册，第 550、554 页。

④ 佚名编：《江南乡试录（嘉庆甲子科）》，第 16a—17a 页。

众星之名，不知何昉。如秦、晋、吴、越名以国，王长〔良〕、傅说名以人，将、相、执法名以官，三公、诸侯名以爵，往往即其国与官以占其事，而常应所谓天事恒象也。①

在回答第一个小问中，李兆洛策论中首先列举的基本上是顾炎武所称“三代以上人人皆知天文”的《诗经》中的例子。随后他引申《左传》中著名的星占家梓慎和裨灶，但与同时期的乾嘉考据学者一样，认为应严格区分天文推算和吉凶占验两者的区别。② 对于第二个小问，李兆洛只回应了一半：关于众星命名的问题，他直接承认不知道起源，只是列举了几类命名方法；实际上没有置一词以说明策题中“中星之义，有以午为中者，有以未为中者”。这一句出自宋人郑樵（1104—1162），以说明《尚书·尧典》“四仲中星”与《礼记·月令》中四季季月的昏中星之间有所差异的原因。③ 郑樵的这种说法其实很牵强，经典所记中星之不同，当是由于岁差所造成的。大概李潢的思路，是由此而引出关于岁差的第三个小问。

第三小问跟岁差有关，当是李潢认为的可以检验出考生是否是李锐的一个问题。事情源于1795 年，著名吴派经师江声（1721—1799）因要论证《月令》为因袭吕不韦《吕氏春秋·十二月纪》所作而非周初的周公所作，需要用到西法岁差数据④来推算《月令》四季季月昏中星与《尧典》“四仲中星”两星象之间的年代差。但“恒星东行”每年 51″数据不能直接使用，要化成每东行一古度需要多少年的形式（即策题中“五十年退一度”、“七十五年退一度”等形式）。江声在推算这项数据时，在“半日之间”的分数部分不能确定，于是向李锐请教。李锐用较简便的方法为江声计算出每 69 年 $209\frac{105}{204}$日“恒星东行”一古度这个准确数据，江声更把李锐的算术附于其《恒星说》后出版。⑤ 李锐也在其日记中记载到自己为江声“算恒星东行三纸”并“见赠新著《恒星说》一卷”二事。⑥ 而由《恒星说》引发了江南汉学圈中对以西法解经是否适用的争论，参与者包括孙星衍（1753—1818）、钱大昕（1728—1804）、凌廷堪（1757—1809）等著名学者。⑦ 根据李锐与李潢在天算专门之学上的交流密切，此事当为李潢所知。在李兆洛的答卷中，他也回答得头头是道：

> 推步之法，以二十八宿为纲维，以之定度，分以之定日躔，所谓恒星天也。恒星有东行之度而岁差生焉，岁差者，日至之躔每岁不及五十一抄［杪］，积久则见。……自洛下闳定《太初》法，谓数百年后当差一日。晋虞喜始立差法，谓五十年退一度。宋《大明》之法以四十年差一度，何承天以为太过，谓百年差一度，隋刘焯以为七十五年差一度，唐一行以为八十三年差一度。宋《纪年〔元〕》之法以七十五年差一度，大抵纪年之法最得中矣。⑧

显然，李兆洛并未能回答出李锐已经换算过的每 69 年 $209\frac{105}{204}$日“恒星东行”一古度这个数据，

---

① 李兆洛：《嘉庆甲子科江南乡试策论（三）》，收入《江南乡试录（嘉庆甲子科）》，第 47a—b 页。

② 典型的如阮元认为，宋人不应将上古善于算术的名家隶首、商高和梓慎、裨灶相提并论，其所编《畴人传》只收历代“步算一家”，从事占验吉凶的古代学者“一概不收”。阮元：《畴人传凡例》，收入阮元等著：《畴人传汇编》，“畴人传凡例”第 1—2 页。

③ “有正于午者谓之中（方位），有中于未者谓之中（星宿之伏见）。《尧典》四仲迭建之星则以午为中，《月令》昏旦之星则以未为中。”括号中为双行夹注。见郑樵：《中星辨》，《六经奥论》卷 6，收入纳兰性德编：《通志堂经解》第 16 册，影印清同治十二年富文斋刊本，江苏广陵古籍刻印社，1996 年，第 558 页。

④ 当时认为的恒星天球每年沿黄道向东缓慢移动（时称“恒星东行”）51″，现代天文学认为岁差（Precession）由地轴空间指向的长期变化引起。

⑤ 江声：《恒星说》，中国科学院自然科学史图书馆藏清嘉庆元年（1796）近市居篆刻本。

⑥ 李锐撰，吴嘉泰撮钞：《观妙居日记》，乾隆六十年五月十五日、嘉庆元年正月廿六日，上海图书馆藏钞本。按：此本无页码。

⑦ 陈志辉：《融西学于继绝学：近代知识转型视域中的乾嘉天算专门之学》，第三章。

⑧ 李兆洛：《嘉庆甲子科江南乡试策论（三）》，第 48a—b 页。

而仅选择了策题中提示的三个数据中“七十五年差一度”这个大约数字，但他能说明岁差之原因是由于“恒星有东行”，且知晓当时西法岁差的准确数据为每年 51″，所以足以被认为是通晓天文算法的学者。更何况，策题最后两个小问是关于西学和当时学术上的问题，李兆洛基于“西学中源”论，而以西学中的基本概念和原理作答，更显示出他是一位通天算专门之学的学者：

布算之法，古惟勾股，自西人有三角法而益精。三角之法，有三角、有八线、有平圆、有浑圆。三角者，九十度为平角，不及九十度为锐角，过九十度为钝角；八线者，正切、正割、正弦、正矢、余切、余割、余弦、余矢也。……其用法较古术为密，而其法根实皆本于古。盖勾三股四弦五，而天下比例之道尽矣，即算三角者亦必析之成勾股而后可算。明李之藻等欲以西法易《九章》，而国朝梅氏、戴氏以勾股御西术，得其理矣。《御制数理精蕴》囊括万有，通中域、欧逻各出之神奇；《御制仪象考成》经纬七政，启黄帝、颛顼以来未穷之秘奥：所以玉衡正而泰阶平也。①

“国朝梅氏、戴氏”分别指梅文鼎和戴震，均持“西学中源”论。由此可见，明末以降传入的西学透过与经史考证相融合的方式，可以在乾嘉之际出现在乡试的策论题当中，而考生可以用天算专门之学及其学者普遍持有的“西学中源”论作出相应的回答。

（二）八股文中的西学知识

事实上，西学或天算专门之学不仅渗入该科考试的第三场策论，还在第一场“四书”文（八股文）中有所体现。前揭《畴人传》已称戴均元犹虑有失，特意增加“天之高也”一节八股文题目。此题为三道考题中的第三道，即《孟子·离娄下》中“天之高也，星辰之远也，苟求其故，千岁之日至可坐而致也”一句，与天算专门之学相关。因为八股文的基本思想必须为程朱理学，以明人性义理，在这一点上，李兆洛的答卷也没有例外，他在其制艺第一句“破题”即谓：“知天之有常行，则知人之无异趋矣。”其后在“起讲”中又补充说“且善言性者，必求其端于天”。② 然而，在其第一、二股文字中却融入了西学知识：

夫千岁之日至而岂易致哉？夫日者，以天为本、以星为经纬、以辰为次舍者也。天下有高于天者乎？累而上者曰七重，曰九重，曰十二重；离于地者曰亿万里，曰八亿万里，曰百亿万里：不尽揣摩意拟之词，而本轮均轮、最高最卑之纷纷者无论也。天下有远于星辰者乎？度其经者曰地平，曰赤极，曰黄极；割其圆者曰半周，曰象限，曰纪限：备极纵横浩衍之观，而古多今少、古狭今宽之参差者无论也。③

当中所谓七重天、九重天、十二重天、本轮、均轮、最高、最卑、地平、象限、纪限等词汇，均是明末以后由西方传入的天文学概念，在李兆洛的笔下融化为骈体文字成为最佳的答卷。而另一位考生的八股文中也运用到西学知识作答，亦被取中：

今夫高莫过乎天，远莫踰乎星辰。天体最高曰宗动，其下即恒星二十八舍，其下镇星、岁星、荧惑，各居一重，其下日与金、水，亦各居一重，其下者月也。……天直径三十八万七千里，恒星右旋而附天左转。④

加着重号的句子是散行的，但在原文中加有圈点，被视为是“佳句”。但就其内容来看，仍然是耶稣会士传入的关于西方天球体系的描述。八股时艺，讲求的是模拟圣贤口气，“代圣贤立

① 李兆洛：《嘉庆甲子科江南乡试策论（三）》，第 48b—49b 页。
② 李兆洛：《“天之高也”一节制艺》，收入佚名编：《江南乡试录（嘉庆甲子科）》，第 33a 页。
③ 李兆洛：《“天之高也”一节制艺》，第 33b—34a 页。
④ 徐颋：《“天之高也”一节制艺》，顾廷龙编：《清代朱卷集成》第 131 册，台北成文出版社，1992 年，第 245—248 页。

言”，不可出现周代以后的典故。[①] 文中尽管有“天直径三十八万七千里”这个《考灵曜》中宇宙大小的数字[②]，但以西学入时文而当时主考又不认为是方枘圆凿，正说明了在清儒的知识观中，大量吸收了西学的天算专门学、同样是属于儒家传统的知识范畴，当为儒者所重视。此文作者，是苏州府长洲县人徐颋（1771—1823），次年殿试一甲第二名（榜眼）进士，其师为江声[③]、钱大昕、段玉裁[④]等乾嘉经学名家。[⑤] 特别是对天算专门学有所研究的江声，是徐颋早年尚未中举时的老师；同乡的李锐，也与徐颋是同窗。徐颋之所以能写此文，估计也有师友的影响。

艾尔曼认为，李兆洛是典型的常州学人，致力于“算学、天文推步和地理学兴趣的基础上，将之与音韵训诂等传统标准考证学相结合”[⑥]。李兆洛之所以能取得这些成就，其很大程度上应建基于 1804 年的江南乡试解元的资历是一大关键。在评卷过程中推荐李兆洛的，也是精通天算的著名汉学家张敦仁（1754—1834）[⑦]：

> 监试阳城张公敦仁得先生卷，击节不置。又虑其辞格古浩，不投时赏，乃手录全卷，从容示主试大庾戴公均元，若为拟程者曰：“此等文将焉置？”答曰：“闱中果有此，岂得抑置第二人？”张公袖中出朱卷，曰：“此非闱中来耶？”即命录其五经文及策论，相与传观之，称美不容口，遂褒然为举首焉。初，本房师金乡周公垣因不识三艺中“祘”字，以问张公。曰：“是古‘算’字也，其人必晓算法。”取观，力怂恿得荐。[⑧]

从这段记述可以看出，李兆洛的八股文答卷本来有黜落危险。其原因是，（一）多用“古辞”，当中包括混入上古天文绝学之中的西学辞汇；（二）用古字，上述引文中所称“祘”字，时人鲜知，《江南乡试录》中即误刻作“祢”[⑨]，估计原卷中李兆洛写作“标”，这样很可能被阅卷者认为是错别字而判答卷不合格。[⑩] 然而正是在张敦仁的努力下，李兆洛的答卷不仅没有遭到黜落，而且还被擢为第一名。因此，虽然主考戴敦元未能按其本意录取到天算专门学者李锐，但选拔到其他相关专门学人才也可谓达到了最初目的。

---

① 商衍鎏：《清代科举考试述录》，第 244—245 页；启功：《说八股》，《北京师范大学学报（社会科学版）》，1991 年第 3 期。

② “据四表之内，并星宿内总有三十八万七千里，然则天之中央、上下正半之处则一十九万三千五百里，地在于中，是地去天之数也。”郭璞注，邢昺疏：《尔雅注疏》卷 6《释天》，清嘉庆二十年（1815）南昌府学重刊宋本十三经注疏本，中华书局，1980 年，第 2606 页。

③ 江藩称江声“弟子数十人”，“长洲徐颋最知名”，参见《国朝汉学师承记》，三联书店，1998 年，第 45 页。孙星衍称徐颋、顾广圻、钮树玉（1760—1827）等“从声游，俱以通小学，为声契赏”，参见《江声传》，《平津馆文稿》卷下，《孙渊如先生全集》，第 553 页。

④ 缪荃孙：《段玉裁传》，闵尔昌：《碑传集补》卷 39，影印民国十二年（1923）刊本，沈云龙主编：《近代中国史料丛刊》第 100 辑，第 2116 页。

⑤ 徐颋朱卷履历中“业师”一栏排名依次为江声、钱大昕、汪元亮、吴霁（1763 年进士）、夏枚功、段玉裁和蒋寅。见顾廷龙编：《清代朱卷集成》第 131 册，第 234 页。

⑥ Benjamin A. Elman, *Classicism, Politics and Kinship: The Ch'ang-chou School of New Text Confucianism in Late Imperial China*, Berkeley: University of California Press, 1990, p. 120.

⑦ 张敦仁，山西阳城人，号古愚，人称古余太守，在经学、算学以及《资治通鉴》版本方面都有重要著述，江藩《汉学师承记》中称之“北方之儒者”。参见张秀琴：《数学家张敦仁传略》，《中国科技史料》，1996 年第 4 期。

⑧ 蒋彤编：《武进李先生年谱》，影印民国间吴兴刘氏刻《嘉业堂丛书》本，《北京图书馆藏珍本年谱丛刊》第 131 册，第 20 页。

⑨ 李兆洛：《“天之高也”一节制艺》，第 34a 页。

⑩ 启功：《说八股》，第 52 页。

五、学者官员在初级功名考试中的天算专门学取向

与天算专门之学相关的知识出现于科举考试的策论题中，其主要目的当是发现、选拔与主考官学术倾向相一致的俊才。然而这种学术倾向不一定能通过常规化的考试程式如八股文体现出来，因此考官可能会酌情使用其选人权，另谋办法。乾嘉汉学主将阮元任浙江学政时，曾动用其特权，直接选拔天算专门之士：

> 余于天文算法中求士，如临海洪颐煊、震煊，归安丁传经、授经，钱唐范景福、海盐陈春华等，皆有造诣，然以临海周治平为最深。治平拙于时艺，久屈于童子试。余至台州，治平握算就试，特拔入学。治平精于西人算术，通《授时》、《（时）宪》诸法，明于仪器。余有诗云："中法原居西法先，何人能测九重天？谁知处士巾山下，独闭空斋画大圜。"①

童试或童子试是童生入学成为生员的考试，分县试、府试和院试，其中决定性的是学政所主持的院试，考八股时艺两篇和五言六韵试帖诗一首。但学政仍可于院试开考前，考八股文和试帖诗以外的题目以考察当地文风，童生或生员均可自愿参加，称为"经古"或"观风试"；考生参加这类考试后，经学政评定录取，进行复试后（也有不进行复试的）即可入学。② 周治平参加的即属此类自愿性质的考试，因此阮元称为"握算就试"。阮元的诗则指出，他相信熟悉中西天文算法的周治平可以在复兴"古法"方面作出成绩，以显示他利用特权的擢拔并非毫无根据。

相比于阮元，孙星衍对后学诸生的天算专门学的知识要求，则偏重于古代的天文占验典籍。在他担任某省学政时，曾有策问一道：

> 问：扬子云不读非圣之书，圣之训通，其能成一家言者，即圣也。诸子之学，亦宜涉猎。……天文之学，古重占验，《黄帝》、《巫咸》、甘、石《星占》何不见于《艺文志》？《灵台秘苑》、《开元占经》犹可循览欤？③

这道策题是"观风试"中的问题，策题的设置与考官个人的学术取向相关联。孙星衍并不相信新近传播到中国的西法能考证古代经史，而只有古代天文历算类著述才具备这一功能，而《开元占经》正收录了《黄帝占》、《巫咸占》等传说是三代（极可能是东汉年代成书）的占书。乾嘉时期著名的版本校勘学家、江声的弟子顾广圻曾为孙氏所藏《天文大象赋》校勘，所用到的重要参校典籍之一即为《开元占经》。因此，孙星衍这道策问，当是要求考生的回答应涉猎《开元占经》一类书籍，以达到"成一家言"的目的④。

六、结语

艾尔曼早前的研究，揭示了看似一成不变的科举考试，实际上与时下的学术取向相互关联。尽管他误读了康熙皇帝关于不得以天文算法命题的禁令，误以为此后的科举考试均排除自然之学，但本文所列举分析的例子均指向他的另一个结论：乾嘉时期盛行的汉学或考据学能够在科举考试中有所反映。

---

① 阮元：《定香亭笔谈》卷 2，影印清嘉庆五年（1800）扬州阮氏琅嬛仙馆刻本，《续修四库全书》，子部，第 1138 册，第 497 页下栏。

② 商衍鎏：《清代科举考试述录》，第 9—10 页。

③ 孙星衍：《观风试士策问五条》，《岱南阁集》卷 1，《孙渊如先生全集》，影印民国八年（1919）商务印书馆四部丛刊影印清嘉庆刻本，《续修四库全书》，集部，第 1477 册，第 451 页。

④ 关于此点，也有孙星衍杂文中的文字可供参证："古之小学，教之数与方名。汉时学僮，学六角、五方，书计之事、六书制字命名之义，无所不该。自宋人忽名物、象数，而讲求性理、空虚之学，后世之言历算，始不能通知古书矣。"参见《日缠考》，《问字堂集》卷 3，《孙渊如先生全集》，第 410 页。

事实上，作为科举考试的过来人，商衍鎏也早已洞悉到，清代初、中期因“重朴学、戒空疏”之故，八股制艺有“以搜奇为制胜”，“于正经正史之外，推及逸书、诸子、小学、金石之类”以助文辞等不同于明代的特点。① 而本文所做的工作是，以天算专门之学为切入点，用具体的历史事例揭示科举考试与乾嘉学术相互联系的形式。天算专门之学之所以能作为参考点，因为它虽含有自然科学的成分，但并不完全等同于自然科学，而是一种吸收融化了西学、又被认为是“失传了”的“绝学”，是乾嘉汉学或考据学之一种。在这些事例中，我们可以看到天算知识源流演变、经史所记载的天文现象、历代岁差数据及其精确值的推算、西方天文学知识、中国古代关于天文星占的知识等天算专门学的内容，或多或少地出现在各级科举考试的题目当中。与标准考据学通过第三场策问渗透进科举的方式类似，这些题目多为策论题，这当然与策论这种文体比较自由的特性相关。在“西学中源”的语境下，汉学化了的西学就是古学，这也能解释1804年的江南乡试中，有包括第一名在内的两名汉学派考生运用西学知识写作的文章被认为是最死板僵化的八股文，这实际上是复古求新，以达到商衍鎏所指出的“搜奇制胜的目的”。另外，考试过程中包括主考、阅卷人员在内的学者官员，是天算专门之学得以向科举渗透的重要因素，他们或命专题，或荐考卷，很大程度上是以自身的学术取向决定考生的录取与否。天算专门之学成为考官对考生学问进行评判的重要标准之一。

渗入了天算专门之学的科举考试，其影响似乎也是相当深远的。对于被选拔到的专门人才，他们能在更高的位阶上有更广阔空间从事相关的学术研究，典型者如戴均元所提拔的李兆洛编著了天文舆地图，阮元提拔的周治平编著了《畴人传》等。而当科举试题出现天算专门之学内容后，对于一般考生来说，肯定会更加留意学习相关的知识。当然，在乡试或更低级的地方性考试中，其主考显然比会试的主考官有更大的自由度，天算专门之学对科举的渗透程度与各地学政个人的学术取向有密切关系，呈现出地方化而非全国统一化的特点。

主要参考文献

[1] 艾尔曼：《18世纪的西学与考证学》，原载《故宫学术季刊》（台湾），2003年秋季第21卷第1期；收入《经学·科举·文化史：艾尔曼自选集》，北京：中华书局，2010年。

[2] 艾尔曼：《晚明儒学科举策问中的“自然之学”》，雷颐译，原载《中国文化》1996年第13期；收入刘海峰编：《二十世纪科举研究论文选编》，武汉：武汉大学出版社，2009年。

[3] 艾尔曼：《早期现代还是晚期帝国的考据学？——18世纪中国经学的危机》，《复旦学报》2011年第4期。

[4] 薄树人：《明史历志、天文志提要》，载薄树人主编：《中国科学技术典籍通汇·天文卷》第三册，郑州：河南教育出版社，1993年。

[5] 陈志辉：《融西学于继绝学：近代知识转型视域中的乾嘉天算专门之学》，上海交通大学科学史与科学文化研究院博士学位论文，2013年12月。

[6] 顾廷龙编：《清代朱卷集成》，台北：成文出版社，1992年。

[7] 韩琦：《“自立”精神与历算活动——康乾之际文人对西学态度之改变及其背景》，《自然科学史研究》，2002年第3期。

[8] 韩琦：《从〈明史〉历志的修纂看西学在中国的传播》，载刘钝、韩琦等编：《科史薪传——庆祝杜石然先生从事科学史研究40周年学术论文集》，沈阳：辽宁教育出版社，1997年。

[9] 韩琦：《格物穷理院与蒙养斋——17、18世纪之中法科学交流》，载《法国汉学》（四），北京：中华书局，1999年。

[10] 纪昀：《纪文达公遗集》，影印清嘉庆十七年（1812）纪树馨刻本，《续修四库全书》，集部，第1435册，上海：上海古籍出版社，1995—2002年。

[11] 江声：《恒星说》，中国科学院自然科学史图书馆藏清嘉庆元年（1796）近市居篆刻本。

① 商衍鎏：《清代科举考试述录》，第255页。

［12］江晓原：《欧洲天文学在清代社会中的影响》，《上海交通大学学报（哲学社会科学版）》2006 年第 6 期。
［13］江晓原：《试论清代“西学中源”说》，《自然科学史研究》1988 年第 2 期。
［14］李弘祺：《中国科举制度的历史意义及解释：从艾尔曼对明清考试制度的研究谈起》，《台大历史学报》，2003 年第 32 期。
［15］乾隆官修：《清朝文献通考》，影印 1935 年上海商务印书馆《十通》本，杭州：浙江古籍出版社，2000 年。
［16］阮元：《定香亭笔谈》，影印清嘉庆五年（1800）扬州阮氏琅嬛仙馆刻本，《续修四库全书》，子部，第 1138 册，上海：上海古籍出版社，1995—2002 年。
［17］阮元等：《畴人传汇编》，扬州：广陵书社，2009 年。
［18］商衍鎏著，商志䜣校注：《清代考试述录及有关著作》，天津：百花文艺出版社，2004 年。
［19］沈镐：《六圃沈新周先生地学》，上海图书馆藏清康熙五十二年（1713）三让堂刻本。
［20］孙星衍：《孙渊如先生全集》，影印民国八年（1919）商务印书馆四部丛刊影印清嘉庆刻本，《续修四库全书》，集部，第 1477 册，上海：上海古籍出版社，1995—2002 年。
［21］王兰生：《恩荣备载》，清道光十六年交河王氏刻《交河集》本，《北京图书馆藏珍本年谱丛刊》第 91 册，北京：北京图书馆出版社，1999 年。
［22］徐光台：《西学对科举的冲激与回响——以李之藻主持福建乡试为例》，《历史研究》2012 年第 6 期。
［23］佚名编：《江南乡试录（嘉庆甲子科）》，国家图书馆藏清嘉庆刻本。
［24］张寿安：《龚自珍论乾嘉学术：专门之学——钩沉传统学术分化的一条线索》，《学海》2010 年第 2 期。
［25］张廷玉等：《明史·历志》，影印清乾隆武英殿原刻本，薄树人主编：《中国科学技术典籍通汇·天文卷》第三册，郑州：河南教育出版社，1993 年。
［26］张秀琴：《数学家张敦仁传略》，《中国科技史料》1996 年第 4 期。
［27］Benjamin A. Elman, *A Cultural History of Civil Examinations in Late Imperial China*, Berkeley and Los Angeles, California & London, England: University of California Press, 2000.
［28］Benjamin A. Elman, *Classicism, Politics and Kinship: The Ch’ ang-chou School of New Text Confucianism in Late Imperial China*, Berkeley: University of California Press, 1990.

The Permeation of Astronomical Calculation into the Civil Examinations in the Qianlong and Jiaqing Periods

Chen Zhihui (Institute for the History of Science and Techonology, Inner Mongolia Normal University; s_ tianyi@126. com)

Although the civil examination system in late imperial China was always considered a rigid method for choosing officials because of the connection between the fundamental rationale for the examinations and Neo-Confucianism, examinations in different reigns were also related to the current cultural influences academia at the time. For the development of astronomy and mathematics, Kangxi Emperor, who was keen on Western astronomy and mathematics and other forms of Western knowledge, gave the order that “practical learning” such as astronomy and mathematics could not be examined. However, astronomical calculation was developed under a Han learning paradigm by scholars who had absorbed Western learning in the domain of Confucian philology in the Qianlong-Jiaqing era. Astronomical calculation seeped into the civil examinations between the Qianlong and Jiaqing Reigns appeared not only in the questions for some Metropolitan, Provincial and Prefectural Licensing Examinations, but also in eight-legged essays and policy essays for these examinations, and became one of the important criteria for the judgment of candidates’ knowledge.